JOURNAL OF MULTIDISCIPLINARY SCIENCES AND INNOVATIONS

VOLUME 04, ISSUE 11
MOPNTHLY JOURNALS

ISSN NUMBER: 2751-4390
IMPACT FACTOR: 9,08

THE CAUCHY-GOURSAT PROBLEM FOR A HYPERBOLIC EQUATION OF THE SECOND KIND WITH A SINGULAR COEFFICIENT

Assistant **Akhmedov Kuanishbek Nizamaddinovich**

Tashkent Institute of Textile and Light Industry
E-mail: **don10061992@gmail.com**

Abstract: In these works, the properties of new classes of generalized solutions are introduced and studied, as well as the use of these properties in solving the problem.

Key words: Cauchy-Goursat for a hyperbolic equation of the second kind with a singular coefficient

In the region Ω_2 for equation (1.32) we study the Cauchy-Goursat problem.

$$-(-y)^m u_{xx} + u_{yy} + \frac{\beta_0}{y} u_y = 0, \quad -1 < m < 0 \tag{1.32}$$

Cauchy-Goursat Problem 1. The task is to find a function $u(x,y)$ with the following properties:1) $u(x,y) \quad C(\bar{\Omega}_2) \quad C^1(\Omega_2)$;

2) $u(x,y) -$ generalized solution of the equation (1.32) from the class R_2 в

areas Ω_2;

3) $u(x,y)$ satisfies the boundary conditions

$$u\big|_{y=0} = \tau(x), \quad x \quad [0,1], \tag{1.45}$$

$$u\big|_{AC} = \psi(x), \quad 0 \quad x \quad \frac{1}{2}, \tag{1.46}$$

где $\tau(x)$, $\psi(x)$ - given functions, and $\tau(0) = \psi(0)$,

$$\psi(x) \quad C^2 \quad 0, \frac{1}{2} \quad , \tag{1.47}$$

$$\tau(x) \quad C[0,1] \quad C^1(0,1). \tag{1.48}$$

Study of the Cauchy-Goursat problem 1. Putting $\xi = 0, \quad \eta = x$ в (1.43) с taking into account (1.9), (1.10), (1.46), After some calculations, we get

JOURNAL OF MULTIDISCIPLINARY SCIENCES AND INNOVATIONS
VOLUME 04, ISSUE 11
MOPNTHLY JOURNALS
ISSN NUMBER: 2751-4390
IMPACT FACTOR: 9,08

$$x^{-\beta}N(x)=\frac{1}{\Gamma(1-\beta)}D_{0x}^{1-\beta}\psi(x). \tag{1.49}$$

In force (1.41), (1.42), (1.44) из (1.49), we will receive

$$T(x)=\frac{1}{\Gamma(1-2\beta)}D_{0x}^{1-2\beta}\tau(x)=\gamma_3\nu(x)+\frac{2\cos\pi\beta}{\Gamma(1-\beta)}x^{\beta}D_{0x}^{1-\beta}\psi(x), \tag{1.50}$$

Where $\gamma_3=2\gamma_1 cos\pi\beta,\quad \nu(x)=\lim\limits_{y\to 0}(-y)^{\beta_0}\dfrac{\partial u(x,y)}{\partial y},\ x\quad (0,1).$

Further taking into account

$$T(x)=\frac{1}{\Gamma(1-2\beta)}D_{0x}^{1-2\beta}\tau(x) \tag{1.51}$$

we have

$$\nu(x)=\frac{2\cos\pi\beta}{\gamma_3\Gamma(1-\beta)}x^{\beta}D_{0x}^{1-\beta}\psi(x)-\frac{1}{\gamma_3}T(x),\quad x\quad (0,1). \tag{1.52}$$

Taking into account (1.47) , (1.48) taking into account $\psi(0)=0$ from (1.52) it follows that $\nu(x)$ continuous $(0,1)$ and integrable в $[0,1]$ function.

Thus, knowing the function $\nu(x)$, solution of the Cauchy-Goursat-1 problem for the equation (1.32) in the region Ω_2 we will reconstruct as a solution to the Cauchy problem with data (1.37), (1.38) for the equation (1.32).

The existence of a solution to the Cauchy-Goursat Problem 1 has been proven.

Cauchy-Goursat Problem 2. Find a function

$u(x,y)$ with the following properties:

1) $u(x,y)\quad C(\overline{\Omega}_2)\quad C^1(\Omega_2)$;

2) $u(x,y)-$ generalized solution of the equation (1.32) from the class R_2 в from the class Ω_2;

3) $u(x,y)$ satisfies the boundary conditions (1.46) и

$$\lim_{y\to 0}(-y)^{\beta_0}\frac{\partial u(x,y)}{\partial y}=\nu(x),\ x\quad (0,1), \tag{1.53}$$

где $\nu(x)$ - a given function, and

JOURNAL OF MULTIDISCIPLINARY SCIENCES AND INNOVATIONS

VOLUME 04, ISSUE 11
MOPNTHLY JOURNALS

ISSN NUMBER: 2751-4390
IMPACT FACTOR: 9,08

$$\nu(x) \quad C(0,1) \quad L[0,1]. \tag{1.54}$$

Study of the Cauchy-Goursat-2 problem. Putting $\xi = 0$, $\eta = x$ в (1.43) c taking into account (1.9), (1.10), (1.46), After some calculations, we get

$$x^{-\beta} N(x) = \frac{1}{\Gamma(1-\beta)} D_{0x}^{1-\beta}\psi(x). \tag{1.55}$$

In force (1.41), (1.42), (1.44) from (1.55), we will receive

$$T(x) = \frac{1}{\Gamma(1-2\beta)} D_{0x}^{1-2\beta}\tau(x) = \gamma_3 \nu(x) + \frac{2\cos\pi\beta}{\Gamma(1-\beta)} x^{\beta} D_{0x}^{1-\beta}\psi(x), \tag{1.56}$$

Where $\gamma_3 = 2\gamma_1 cos\pi\beta, \quad \tau(x) = \lim\limits_{y\to -0} u(x,y), \ x \quad [0,1].$

By applying the operator $D_{0x}^{2\beta-1}[\ ]$ to both parts (1.56) taking into account (1.11) и $\tau(0)=0$, we will receive

$$\tau(x) = \gamma_3 \ {}_{0}^{x} (x-t)^{-2\beta}\nu(t)dt + \Phi_1(x), \tag{1.56}$$

Where

$$\Phi_1(x) = \frac{2\Gamma(1+\beta)}{\Gamma(1+2\beta)} D_{0x}^{2\beta-1} \quad x^{\beta} D_{0x}^{1-\beta}\psi(x) \quad . \tag{1.57}$$

Taking into account (1.47) , (1.54) taking into account $\psi(0)=0$ из (1.56) и (1.57) it follows that

$$\tau(x) \quad C[0,1] \quad C^1(0,1). \tag{1.58}$$

Thus, knowing the function $\tau(x)$, solution of the Cauchy-Goursat-2 problem for the equation (1.32) in the region Ω_2 we will reconstruct as a solution to the Cauchy problem with data (1.37), (1.38) for the equation (1.32).

The existence of a solution to the Cauchy-Goursat 2 problem has been proven.

LIST OF REFERENCES:

1. Gellerstedt S. Sur un probleme aux limitespour equation $y^{2m} z_{xx} + z_{yy} = 0.$ // Arkiv for matematik, astronomiochfysik. 1935. 25A. № 10. P. 1-12.
2. Urinov A.K., Okboev A.B. Nonlocal Boundary-Value Problem for a Parabolic-Hyperbolic Equation of the Second Kind. // Lobachevskii Journal of Mathematics. Vol.41. no. 9. 2020. Pp. 1886–1897 .

3. Бейтмен Г. Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. М.: Наука, 1965. Т.2. 296 с.
4. Бейтмен Г. Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. М.: Наука, 1965. Т.1. 296 с.
5. Бицадзе А.В. К теории одного класса уравнений смешанного типа. // Некоторые проблемы математики и механики: Сб. науч. тр. Ленинград, 1970. С. 112-119.
6. Бицадзе А.В. Краевые задачи для эллиптических уравнений второго порядка. М.: «Наука». 1966. 204 с.
7. Бицадзе А.В. Некоторые классы уравнений в частных производных. Москва: Наука, 1981. 448 с.
8. Бицадзе А.В. Уравнения смешанного типа. М.: Изд-во АН СССР. 1959. 165 с.
9. Ватсон Дж. Н. Теория бессолевых функций. М.: Издательство ИЛ, 1949. Т.1. 798 с.
10. Векуа И.Н. Обобщенные аналитические функции. М.: Физматгиз. 1959. 628 с.
11. Джураев Т.Д. Краевые задачи для уравнений смешанного и смешанно-составного типа. Ташкент: ФАН. 1979. 240 с.
12. Исамухамедов С.С. Некоторые краевые задачи для уравнений смешанного типа второго рода.: Автореф. канд. дисс. Ташкент. 1975.
13. Исамухамедов С.С., Оромов Ж. О краевых задачах для уравнения смешанного типа второго рода с негладкой линией вырождения.// «Дифференциальные уравнения». 18(2). 1982. С. 324-334.
14. Кароль И.Л. К теории уравнений смешанного типа.// Докл. АН СССР. 1953. Т.88. № 3. С. 397-400.
15. Кароль И.Л. Об одной краевой задаче для уравнения смешанного эллиптико-гиперболического типа. // Докл. АН СССР. 1953. Т.88. № 2. С. 197-200.
16. Келдыш М.В. О некоторых случаях вырождения уравнений эллиптического типа на границе области. // ДАН СССР. 1951. 77. № 2. С. 181-183.
17. Крикунов Ю.М. Видоизмененная задача Трикоми для уравнения $u_{xx}+yu_{yy}+(-n+1/2)u_y=0$.// Известия вузов, серия Математика. 1979. № 9. С.21-28.
18. Мамадалиев Н.К. О представления, решения видоизмененной задачи Коши. // Сиб. мат. журнал РАН. 41(5). 2000. С. 1087-1097.
19. Мамадалиев Н.К. Задача Трикоми для сильно-вырождающегося уравнения параболо-гиперболического типа. // Матем. заметки. 66(3). 1999. С. 385–392; Math. Notes. 66:3 (3.1999). 310–315.
20. Мирсабуров М., Исламов Н.Б.Об одной задаче с условием Бицадзе-Самарского на параллельных характеристиках для уравнения смешанного типа второго рода.//«Дифференциальные уравнения». 57 (10). 2021. С.1384-1396.